Algunas observaciones sobre mejor aproximación local.

Felipe Zó. UNSL-IMASL.

El siguiente resultado fue demostrado por Walsh en 1934. Sea $f(z)$ una función analítica real cuando z es real, I un intervalo de la recta que contiene el origen, denotamos por $P(f, I)$ el polinomio algebraico de grado n que mejor aproxima la función f sobre I entre los polinomios de grado a lo sumo n usando la norma uniforme sobre I. Entonces el polinomio $P(f, I)$ tiende al polinomio de Taylor en el origen de grado n de la función f , cuando el intervalo I tiende a cero.

En el mismo trabajo Walsh observó que seguramente el resultado es cierto si la analiticidad de la función f es reemplazada por otro concepto de diferenciabilidad. Ahora sabemos que vale si suponemos que la función es derivable de orden n en el origen en el sentido de Peano.

Si el mismo problema es analizado alrededor de un punto variable x con $I = (x - \varepsilon, x + \varepsilon)$, los coeficientes a_j del polinomio $P(f, I)$ de penderán de x y serán denotados por $a_j(f, \varepsilon)(x)$. La norma uniforme será reemplazada por normas L^p, con $1 < p < \infty$. Resultados en norma y en casi todo punto cuando $\varepsilon \to 0$ para estos coeficientes $a_j(f, \varepsilon)(x)$ fueron obtenidos por Cuenya, Favier y Zó en 2012.

En esta charla revisaremos la metodología de la demostración de estos últimos resultados con la esperanza que las observaciones faciliten demostraciones conocidas y permitan obtener nuevas extensiones.