Sea $T \subset \mathbb{R}$ un intervalo finito, para cada $t \in T$, sean $\{X_1(t), \ldots, X_n(t)\}$ trayectorias independientes con la misma distribución que $X(t)$, donde

$$X(t) = m(t) + \epsilon(t), \quad t \in T,$$

con $m(t)$ no aleatorio y $\epsilon(t)$ un proceso el cual admite un tiempo local y que además para cada t tiene la misma función de densidad f.

El objetivo principal de nuestro trabajo es estimar, bajo estos supuestos, la función de densidad f^X de $X(t)$.

Para ello, definimos $\widehat{f}$ de la siguiente manera. Sea $I_{(x,r)} = [x - r, x + r]$ un intervalo en $\mathbb{R}$ y $\{k_n : n \geq 1\}$ una sucesión de números reales positivos. Definimos la variable aleatoria $H_n \doteq H_n(x)$ tal que $\{X_1(t), \ldots, X_n(t)\}$ pasan en $I_{(x,H_n(x))}$, k_n veces, es decir,

$$k_n = \sum_{i=1}^{n} \int_T \mathbb{I}_{I_{(x,H_n(x))}}(X_i(t))\, dt = \sum_{i=1}^{n} \int_T \mathbb{I}_{\{|X_i(t)-x| \leq H_n(x)\}}(t)\, dt.$$

Definimos el estimador para la función de densidad de $\epsilon(t)$ como

$$\widehat{f}(x) \doteq \frac{k_n}{2n|T|H_n(x)},$$

y para la función de densidad de $X(t)$ como

$$\widehat{f}^X(x) \doteq \widehat{f}(x - \overline{m}(t)),$$

donde $\overline{m}(t)$ es la media muestral de los proceso X_i, $i = 1, \ldots, n$.

Para este estimador estudiamos propiedades de consistencia, velocidades de convergencia y distribución asintótica.

Además, introducimos un método discriminante para datos funcionales basado en este estimador y presentamos ejemplos que muestran la bondad de dicho método.