Planificación por lotes con capacidad y costos de start-up continuos

M. Escalante[a,b] J. Marenco[c] M. C. Varaldo[a]

[a]Universidad Nacional de Rosario - [b]CONICET

[c]Universidad Nacional de General Sarmiento

Seminario IMAL

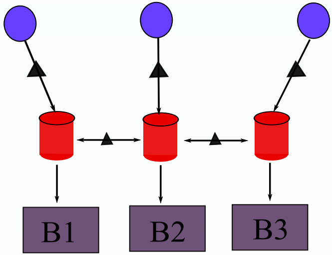
Santa Fe - Mayo 2010

El modelo

- Pozos de extracción de agua;
- Tanques para almacenamiento;
- Bombas de extracción de agua;
- Centros o barrios abastecidos por los tanques.

El modelo

- Pozos de extracción de agua;
- Tanques para almacenamiento;
- Bombas de extracción de agua;
- Centros o barrios abastecidos por los tanques.



El modelo

Horizonte de planificación: p períodos.

Datos

Para $t \in T = \{1, \ldots, p\}$, $k \in B = \{1, \ldots, b\}$ y $j, l \in R = \{1, \ldots, r\}$.

- d_{kt}: demanda del barrio k en el período t;

El modelo

Horizonte de planificación: p períodos.

Datos

Para $t \in T = \{1, \ldots, p\}$, $k \in B = \{1, \ldots, b\}$ y $j, l \in R = \{1, \ldots, r\}$.

- d_{kt}: demanda del barrio k en el período t;
- c_{it}: costo de mantener encendida la bomba i durante todo el período t;

El modelo

Horizonte de planificación: p períodos.

Datos

Para $t \in T = \{1, \ldots, p\}$, $k \in B = \{1, \ldots, b\}$ y $j, l \in R = \{1, \ldots, r\}$.

- d_{kt}: demanda del barrio k en el período t;
- c_{it}: costo de mantener encendida la bomba i durante todo el período t;
- Sc_{it}: costo de encendido de la bomba i en el período t;

El modelo

Horizonte de planificación: p períodos.

Datos

Para $t \in T = \{1, \ldots, p\}$, $k \in B = \{1, \ldots, b\}$ y $j, l \in R = \{1, \ldots, r\}$.

- d_{kt}: demanda del barrio k en el período t;
- c_{it}: costo de mantener encendida la bomba i durante todo el período t;
- Sc_{it}: costo de encendido de la bomba i en el período t;
- v_{it}: flujo de la bomba i en el período t;

El modelo

Horizonte de planificación: p períodos.

Datos

Para $t \in T = \{1, \ldots, p\}$, $k \in B = \{1, \ldots, b\}$ y $j, l \in R = \{1, \ldots, r\}$.

- d_{kt}: demanda del barrio k en el período t;
- c_{it}: costo de mantener encendida la bomba i durante todo el período t;
- Sc_{it}: costo de encendido de la bomba i en el período t;
- v_{it}: flujo de la bomba i en el período t;
- w_{jlt}: flujo de agua bombeada del tanque j al l en el período t;

El modelo

Horizonte de planificación: p períodos.

Datos

Para $t \in T = \{1, \ldots, p\}$, $k \in B = \{1, \ldots, b\}$ y $j, l \in R = \{1, \ldots, r\}$.

- d_{kt}: demanda del barrio k en el período t;
- c_{it}: costo de mantener encendida la bomba i durante todo el período t;
- Sc_{it}: costo de encendido de la bomba i en el período t;
- v_{it}: flujo de la bomba i en el período t;
- w_{jlt}: flujo de agua bombeada del tanque j al l en el período t;
- S_j: barrios abastecidos por el tanque j;

El modelo

Horizonte de planificación: p períodos.

Datos

Para $t \in T = \{1, \dots, p\}$, $k \in B = \{1, \dots, b\}$ y $j, l \in R = \{1, \dots, r\}$.

- d_{kt}: demanda del barrio k en el período t;
- c_{it}: costo de mantener encendida la bomba i durante todo el período t;
- Sc_{it}: costo de encendido de la bomba i en el período t;
- v_{it}: flujo de la bomba i en el período t;
- w_{jlt}: flujo de agua bombeada del tanque j al l en el período t;
- S_j: barrios abastecidos por el tanque j;
- R_j: tanques que pueden recibir agua del tanque j;

El modelo

Horizonte de planificación: p períodos.

Datos

Para $t \in T = \{1, \ldots, p\}$, $k \in B = \{1, \ldots, b\}$ y $j, l \in R = \{1, \ldots, r\}$.

- d_{kt}: demanda del barrio k en el período t;
- c_{it}: costo de mantener encendida la bomba i durante todo el período t;
- Sc_{it}: costo de encendido de la bomba i en el período t;
- v_{it}: flujo de la bomba i en el período t;
- w_{jlt}: flujo de agua bombeada del tanque j al l en el período t;
- S_j: barrios abastecidos por el tanque j;
- R_j: tanques que pueden recibir agua del tanque j;
- P_j: tanques que pueden enviar agua al tanque j;

El modelo

Horizonte de planificación: p períodos.

Datos

Para $t \in T = \{1, \ldots, p\}$, $k \in B = \{1, \ldots, b\}$ y $j, l \in R = \{1, \ldots, r\}$.

- d_{kt}: demanda del barrio k en el período t;
- c_{it}: costo de mantener encendida la bomba i durante todo el período t;
- Sc_{it}: costo de encendido de la bomba i en el período t;
- v_{it}: flujo de la bomba i en el período t;
- w_{jlt}: flujo de agua bombeada del tanque j al l en el período t;
- S_j: barrios abastecidos por el tanque j;
- R_j: tanques que pueden recibir agua del tanque j;
- P_j: tanques que pueden enviar agua al tanque j;
- γ_{jlt}: costo de transferencia del tanque j al l en el período t.

El modelo

Variables

Para $t \in T = \{1, \ldots, p\}$ y $j \in R = \{1, \ldots, r\}$.

- I_{jt}: volumen tanque j al final de t. (stock)

El modelo

Variables

Para $t \in T = \{1, \ldots, p\}$ y $j \in R = \{1, \ldots, r\}$.

- I_{jt}: volumen tanque j al final de t. (stock)
- x_{jt}: fracción del período t en que la bomba j está encendida; (producción)

El modelo

Variables

Para $t \in T = \{1, \ldots, p\}$ y $j \in R = \{1, \ldots, r\}$.

- I_{jt}: volumen tanque j al final de t. (stock)
- x_{jt}: fracción del período t en que la bomba j está encendida; (producción)
- Variables de set-up:

$$y_{jt} = \begin{cases} 1 & \text{si } x_{jt} > 0, \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

El modelo

Variables

Para $t \in T = \{1, \ldots, p\}$ y $j \in R = \{1, \ldots, r\}$.

- I_{jt}: volumen tanque j al final de t. (stock)
- x_{jt}: fracción del período t en que la bomba j está encendida; (producción)
- Variables de set-up:

  $$y_{jt} = \begin{cases} 1 & \text{si } x_{jt} > 0, \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

- Variables de start-up:

  $$a_{jt} = \begin{cases} 1 & \text{si se enciende la bomba } j \text{ en } t, \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

El modelo

Variables

Para $t \in T = \{1, \ldots, p\}$ y $j \in R = \{1, \ldots, r\}$.

- I_{jt}: volumen tanque j al final de t. (stock)
- x_{jt}: fracción del período t en que la bomba j está encendida; (producción)
- Variables de set-up:

  $$y_{jt} = \begin{cases} 1 & \text{si } x_{jt} > 0, \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$
- Variables de start-up:

  $$a_{jt} = \begin{cases} 1 & \text{si se enciende la bomba } j \text{ en } t, \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$
- z_{jlt}: fracción del período t en que hay transferencia del tanque j al l.

El modelo como PLEM

$$\text{mín} \sum_{t=1}^{p} \sum_{j=1}^{r} (c_{jt}x_{jt} + sc_{jt}a_{jt}) + \sum_{t=1}^{p} \sum_{j=1}^{r} \sum_{l \in R_j} \gamma_{jlt} z_{jlt}$$

sujeto a

$$\begin{aligned} I_{jt} + \sum_{l \in R_j} w_{jlt} z_{jlt} + \sum_{k \in S_j} d_{kt} &= I_{jt-1} + v_{jt}x_{jt} + \sum_{l \in P_j} w_{jlt} z_{jlt} \\ x_{jt} &\leq y_{jt} \\ a_{jt} &\geq y_{jt} - x_{jt-1} \end{aligned}$$

El modelo como PLEM

$$\text{mín} \sum_{t=1}^{p} \sum_{j=1}^{r} (c_{jt}x_{jt} + sc_{jt}a_{jt}) + \sum_{t=1}^{p} \sum_{j=1}^{r} \sum_{l \in R_j} \gamma_{jlt} z_{jlt}$$

sujeto a

$$\begin{array}{rcl}
I_{jt} + \sum\limits_{l \in R_j} w_{jlt} z_{jlt} + \sum\limits_{k \in S_j} d_{kt} & = & I_{jt-1} + v_{jt}x_{jt} + \sum\limits_{l \in P_j} w_{jlt} z_{jlt} \\
x_{jt} & \leq & y_{jt} \\
a_{jt} & \geq & y_{jt} - x_{jt-1} \\
h_j^{min} & \leq I_{jt} \leq & h_j^{max} \\
I_{j0} & = & h_j^0 \\
x_{jt} & \geq & 0 \\
I_{jt} & \geq & 0 \\
a_{jt}, y_{jt} & \in & \{0, 1\}
\end{array}$$

para cada $t \in T$ y $j \in R$.

Modelo de PLEM con una bomba

- p : horizonte de planificación.
- Períodos de tiempo $T = \{1, \ldots, p\}$
- Demandas d_t para cada $t \in T$.
- Costo por unidad de producción C_t, costo fijo de producción F_t y costo de stock H_t por cada $t \in T$.

Objetivo: Planificar la producción para satisfacer demandas y minimizar costos.

Modelo de PLEM con una bomba

- p : horizonte de planificación.
- Períodos de tiempo $T = \{1, \ldots, p\}$
- Demandas d_t para cada $t \in T$.
- Costo por unidad de producción C_t, costo fijo de producción F_t y costo de stock H_t por cada $t \in T$.

Objetivo: Planificar la producción para satisfacer demandas y minimizar costos.

Variables de decisión:

- $x_t \geq 0$ producción en período t.

Modelo de PLEM con una bomba

- p : horizonte de planificación.
- Períodos de tiempo $T = \{1, \ldots, p\}$
- Demandas d_t para cada $t \in T$.
- Costo por unidad de producción C_t, costo fijo de producción F_t y costo de stock H_t por cada $t \in T$.

Objetivo: Planificar la producción para satisfacer demandas y minimizar costos.

Variables de decisión:

- $x_t \geq 0$ producción en período t.
- $y_t \in \{0, 1\}$ variable set-up en período t.

Modelo de PLEM con una bomba

- p : horizonte de planificación.
- Períodos de tiempo $T = \{1, \dots, p\}$
- Demandas d_t para cada $t \in T$.
- Costo por unidad de producción C_t, costo fijo de producción F_t y costo de stock H_t por cada $t \in T$.

Objetivo: Planificar la producción para satisfacer demandas y minimizar costos.

Variables de decisión:

- $x_t \geq 0$ producción en período t.
- $y_t \in \{0, 1\}$ variable set-up en período t.
- $I_t \geq 0$ variable stock en período t.

Modelo de planificación por lotes sin start-up

$$\min \sum_{t=1}^{p} (C_t x_t + H_t I_t + F_t y_t)$$

sujeto a

$$\begin{array}{rcll} I_t & = & I_{t-1} + x_t - d_t & t \in T \\ x_t & \leq & y_t & t \in T \\ x_t & \geq & 0 & t \in T \\ I_t & \geq & 0 & t \in T \cup \{0\} \\ y_t & \in & \{0,1\} & t \in T \end{array}$$

Modelo de planificación por lotes sin start-up

$$\min \sum_{t=1}^{p} (L_t x_t + F_t y_t)$$

sujeto a

$$\begin{array}{rcll} I_0 + \sum_{t=1}^{k} x_t & \geq & d_{1k} & k \in T \\ x_t & \leq & y_t & t \in T \\ x_t & \geq & 0 & t \in T \\ I_0 & \geq & 0 & \\ y_t & \in & \{0,1\} & t \in T \end{array}$$

Notación: $d_{kj} = \sum_{t=k}^{j} d_t$ para $1 \leq k \leq j \leq p$.

Modelo de planificación por lotes sin start-up

$$\min \sum_{t=1}^{p} (L_t x_t + F_t y_t)$$

sujeto a

$$\begin{array}{rcll}
\sum_{t=1}^{k} x_t & \geq & d_{1k} & k \in T \\
x_t & \leq & y_t & t \in T \\
x_t & \geq & 0 & t \in T \\
I_0 & \geq & 0 & \\
y_t & \in & \{0,1\} & t \in T
\end{array}$$

Planificación por lotes con capacidades y start-up

Costo de start-up discreto :

Constantino (1996) - van Hoesel et al. (1994)

$a_t \in \{0, 1\}$ la variable start-up para $t \in T$.

Costo de start-up discreto :

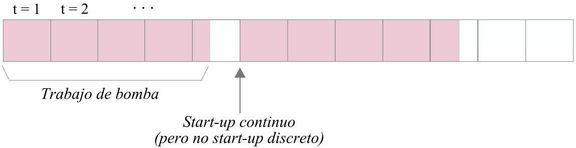
Constantino (1996) - van Hoesel et al. (1994)

$a_t \in \{0, 1\}$ la variable start-up para $t \in T$.

$$a_t \geq y_t - y_{t-1} \quad t \in T$$

Planificación por lotes con capacidades y start-up

Toledo et al.(2007): start-up continuo para planificación del uso de bombas distribuidoras de agua.



Start-up continuo modela la puesta en marcha una máquina continua (e.g., una bomba de agua) con velocidad fija de producción.

Planificación por lotes con capacidades y start-up

Costos de start-up discreto :

Constantino (1996) - van Hoesel et al. (1994)

$a_t \in \{0, 1\}$ variable start-up para $t \in T$.

$$a_t \geq y_t - y_{t-1} \quad t \in T$$

Planificación por lotes con capacidades y start-up

Costos de start-up discreto :

Constantino (1996) - van Hoesel et al. (1994)

$a_t \in \{0,1\}$ variable start-up para $t \in T$.

$$a_t \geq y_t - y_{t-1} \quad t \in T$$

Costos de start-up continuo :

Toledo et al.(2007)

$$a_t \geq y_t - x_{t-1} \quad t \in T$$
$$a_t \in \{0,1\} \quad t \in T$$

Poliedro para C-LS con start-up continuo

$$
P_0 = \operatorname{conv}\Big(\Big\{(x,y,a) \in \mathbb{R}^{3p} : \quad
\begin{array}{rcll}
\sum_{t=1}^{k} x_t & \geq & d_{1k} & k \in T, \\
a_t & \geq & y_t - x_{t-1} & t \in T, \\
x_t & \geq & 0 & t \in T, \\
x_t & \leq & y_t & t \in T, \\
y & \in & \{0,1\}^T, \;\; a \in \{0,1\}^T \Big\}\Big) &
\end{array}
$$

Nuestro trabajo

- Analizamos la estructura de P_0.

Nuestro trabajo

- Analizamos la estructura de P_0.
- Encontramos familias de desigualdades válidas y condiciones suficientes sobre las demandas para que sean facetas.

Nuestro trabajo

- Analizamos la estructura de P_0.
- Encontramos familias de desigualdades válidas y condiciones suficientes sobre las demandas para que sean facetas.
- Si I_0 variable,

$$
P = \operatorname{conv}\Big(\{(x,y,a,I_0) : \quad \begin{array}{rcll} I_0 + \sum_{t=1}^{k} x_t & \geq & d_{1k} & k \in T, \\ a_t & \geq & y_t - x_{t-1} & t \in T, \\ x_t & \geq & 0 & t \in T, \\ x_t & \leq & y_t & t \in T, \\ I_0 & \geq & 0 & \\ y & \in & \{0,1\}^T,\ a \ \in \ \{0,1\}^T\}\Big) & \end{array}
$$

Nuestro trabajo

- Analizamos la estructura de P_0.
- Encontramos familias de desigualdades válidas y condiciones suficientes sobre las demandas para que sean facetas.
- Si I_0 variable,

$$
P = \operatorname{conv}\Big(\{(x,y,a,I_0) : \quad \begin{array}{rcll}
I_0 + \sum_{t=1}^{k} x_t & \geq & d_{1k} & k \in T, \\
a_t & \geq & y_t - x_{t-1} & t \in T, \\
x_t & \geq & 0 & t \in T, \\
x_t & \leq & y_t & t \in T, \\
I_0 & \geq & 0 & \\
y & \in & \{0,1\}^T, \ a \ \in \ \{0,1\}^T \}\Big) &
\end{array}
$$

- Comparamos P con las familias halladas por Constantino para start-up discreto.

Características generales del poliedro P_0

Características generales del poliedro P_0

Lema

El politopo P_0 es no vacío si y sólo si $d_{1k} \leq k$ para cada $k \in \{1, \ldots, p\}$.

Características generales del poliedro P_0

Lema

El politopo P_0 es no vacío si y sólo si $d_{1k} \leq k$ para cada $k \in \{1, \dots, p\}$.

Teorema

Un sistema minimal de ecuaciones para P_0 está dado por

(i) $x_k = 1$ para $k = 1, \dots, k_{\text{sat}}$,

(ii) $y_k = 1$ para $k = 1, \dots, k_{\text{prod}}$,

(iii) $a_1 = 1$ si $k_{\text{prod}} > 0$,

siendo

$$k_{\text{sat}} = \begin{cases} \text{máx}\{k \in T : d_{1k} = k\} \\ 0 \end{cases}, \quad k_{\text{prod}} = \begin{cases} \text{máx}\{k \in T : d_{1k} > k - 1\} \\ 0 \end{cases}$$

Teorema

Sea

$$\sum_{t=1}^{k-1} \alpha_t \; x_t + \sum_{t=1}^{k} \beta_t \; y_t \geq \pi_0 \tag{1}$$

una desigualdad que define faceta para P_0, con $k > k_{prod}$ y $\beta_k \in (0, 1]$, y

$$\sum_{t=1}^{k-1} \alpha_t \; x_t + \sum_{t=1}^{k-1} \beta_t \; y_t + x_k \geq \pi_0 \tag{2}$$

una desigualdad válida para P_0.

Si F es la faceta definida por (1), $F_k = \{(x, y, a) \in F : x_k \leq \beta_k\}$ y además,

(I) $dim(F_k) = dim(F)$

(II) existe $(x, y, a) \in F_k$ con $x_k > 0$ y $x_i < 1$ para algún i tal que $\alpha_i \in (0, 1]$,

entonces (2) define faceta para P_0.

Teorema

Sea

$$\sum_{t=1}^{k} \alpha_t x_t + \sum_{t=1}^{k} \beta_t y_t \;\geq\; \pi_0 \tag{3}$$

una desigualdad que define faceta para P_0, con $k > k_{prod}$ y $\beta_k \in (0, 1]$, y

$$\sum_{t=1}^{k} \alpha_t x_t + \sum_{t=1}^{k-1} \beta_t y_t + \beta_k a_k \;\geq\; \pi_0 \tag{4}$$

una desigualdad válida para P_0.

Si además existe $(x, y, a) \in P_0$ que satisface (3) por igualdad tal que

(I) $x_{k-1} = 1$ y $y_k = a_k = 0$, o

(II) $x_k = a_k = 0$ y $y_k = 1$,

entonces (4) define faceta para P_0.

Familias de facetas para P_0

Teorema

Para $2 \leq k \leq p-2$, la desigualdad

$$\sum_{t=1}^{k-1} x_t + d_k \, y_k \geq d_{1k} \qquad (F_w)$$

define una faceta para P_0 si

$$\begin{aligned} d_{(k-1)k} &= 1, & \\ d_{(k+1)(k+t)} &< t & \text{para } t = 1, \ldots, p-k, \\ d_{k(k+t)} &\leq t & \text{para } t = 1, \ldots, p-k. \end{aligned}$$

Teorema

Para $2 \leq k \leq p-2$, las desigualdades

$$\sum_{t=1}^{k-2} x_t + (d_{(k-2)k} - 1)y_{k-1} + d_k y_k + (1 - d_{k-2})a_{k-1} \geq d_{1k}$$

$$\sum_{t=1}^{k-2} x_t + (d_{(k-2)k} - 1)y_{k-1} + (1 - d_{k-2})a_{k-1} + d_k a_k \geq d_{1k}$$

$$\sum_{t=1}^{k-2} x_t + x_k + (d_{(k-2)k} - 1)y_{k-1} + (1 - d_{k-2})a_{k-1} \geq d_{1k}$$

Si

$$\begin{aligned}
d_{1k} &\leq k-3, \\
d_{(k-1)k} &< 1, \\
d_{(k-2)k} &\leq 2, \\
d_{(k+1)(k+t)} &< t \quad \text{para } t = 1, \ldots, p-k, \\
d_{k(k+t)} &\leq t \quad \text{para } t = 1, \ldots, p-k.
\end{aligned}$$

entonces las desigualdades definen facetas para P_0.

Familias de facetas para P_0

Teorema

Para $2 \leq k \leq p$, sea

$$\sum_{t=1}^{k-1} x_t - (1 - d_{(k-1)k})y_k + (1 - d_{k-1})a_k \geq d_{1k}. \qquad (F_b)$$

Si

$$\begin{aligned} d_{1t} &\leq t-1, \quad \text{para } t = k_{prod}+1, \ldots, k \\ d_{(k+1)(k+t)} &< t, \quad \text{para } t = 1, \ldots, p-k \\ d_{k(k+t)} &\leq t, \quad \text{para } t = 1, \ldots, p-k \end{aligned}$$

entonces la desigualdad define faceta para P_0.

Estudio del poliedro P

P: poliedro con start-up continuo y stock inicial $I_0 > 0$.

$$P_d = \operatorname{conv}\Big(\{(x,y,a,I_0) : \quad \begin{array}{rcll} I_0 + \sum_{t=1}^{k} x_t & \geq & d_{1k} & k \in T, \\ a_t & \geq & y_t - y_{t-1} & t \in T, \\ x_t & \geq & 0 & t \in T, \\ x_t & \leq & y_t & t \in T, \\ I_0 & \geq & 0 & \\ y & \in & \{0,1\}^T,\ a \ \in \ \{0,1\}^T\}\Big) & \end{array}$$

Familias de facetas $\mathcal{F}_{const}$: condiciones necesarias y suficientes para que sean facetas de P_d.

(Constantino 1996)

Comparación entre P_d y P

- Comparamos $\mathcal{F}_{const}$ con las facetas halladas para P.

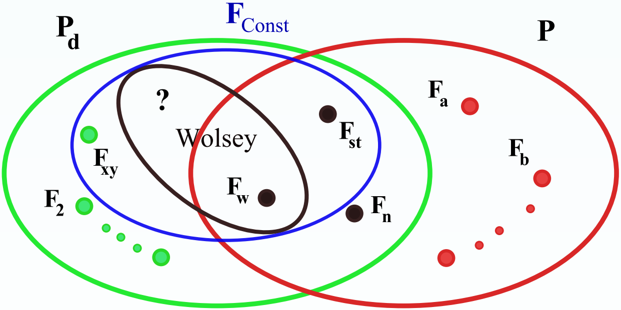
Comparación entre P_d y P

- Comparamos $\mathcal{F}_{const}$ con las facetas halladas para P.
- Bajo ciertas condiciones, todas las facetas de $\mathcal{F}_{const}$ sin variables a son facetas para P. Familia F_{st}.

Comparación entre P_d y P

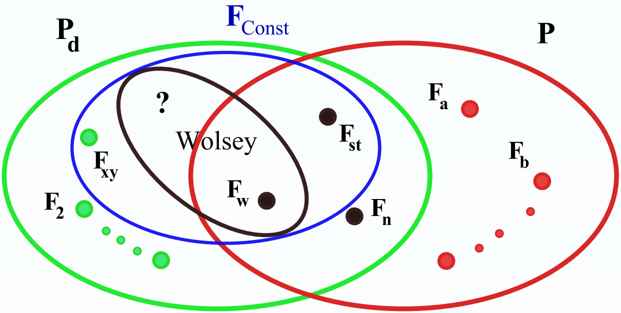
- Comparamos $\mathcal{F}_{const}$ con las facetas halladas para P.
- Bajo ciertas condiciones, todas las facetas de $\mathcal{F}_{const}$ sin variables a son facetas para P. Familia F_{st}.
- Ejemplos generados y resultados previos: Conjetura sobre una nueva familia de facetas para P que no lo son para P_d.

Resumen



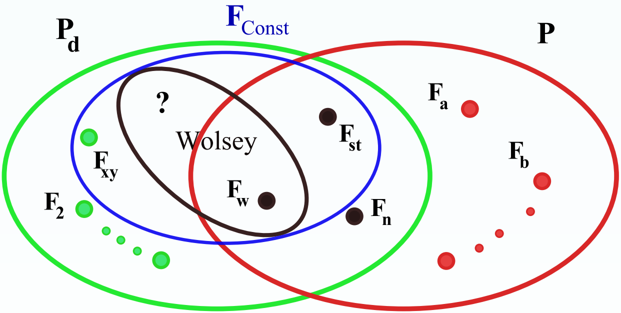
- (l, S, T)-facetas de P y P_d (Wolsey). Familia F_w.

Resumen



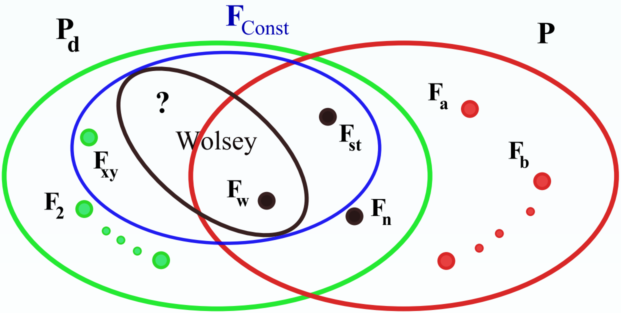
- (l, S, T)-facetas de P y P_d (Wolsey). Familia F_w.
- Facetas de P y no de $\mathcal{F}_{const}$. Familia F_b.

Resumen



- (l, S, T)-facetas de P y P_d (Wolsey). Familia F_w.
- Facetas de P y no de $\mathcal{F}_{const}$. Familia F_b.
- Facetas de $\mathcal{F}_{const}$ y no facetas de P. Conjetura familia F_{xy}.

Resumen



- (l, S, T)-facetas de P y P_d (Wolsey). Familia F_w.
- Facetas de P y no de $\mathcal{F}_{const}$. Familia F_b.
- Facetas de $\mathcal{F}_{const}$ y no facetas de P. Conjetura familia F_{xy}.
- Facetas de P y de P_d no pertenecientes a $\mathcal{F}_{const}$. Familia F_n.

Trabajo futuro

- Identificar cuáles de las (l, S, T) son facetas de P.

Trabajo futuro

- Identificar cuáles de las (l, S, T) son facetas de P.
- Probar la Conjetura sobre F_{xy}.

Trabajo futuro

- Identificar cuáles de las (l, S, T) son facetas de P.
- Probar la Conjetura sobre F_{xy}.
- Nuevas familias de facetas? Procedimientos de ajuste secuencial.

Trabajo futuro

- Identificar cuáles de las (l, S, T) son facetas de P.
- Probar la Conjetura sobre F_{xy}.
- Nuevas familias de facetas? Procedimientos de ajuste secuencial.
- Calcular la profundidad de las facetas halladas de acuerdo a los operadores.

Trabajo futuro

- Identificar cuáles de las (l, S, T) son facetas de P.
- Probar la Conjetura sobre F_{xy}.
- Nuevas familias de facetas? Procedimientos de ajuste secuencial.
- Calcular la profundidad de las facetas halladas de acuerdo a los operadores.
- Incorporar las más profundas en un algoritmo de planos de corte.

Gracias.